

Georg Mohr vinderseminar 1999

Opgavesæt i diskret matematik

Opgave 1

Hvad er de mulige værdier af $n > 9$, så n børn kan dele 9 identiske stykker chokolade uden at brække nogen af dem i mere end to stykker?

Opgave 2

Ni mennesker kan hver højst tre sprog. Hver gang man udtager tre af de ni, har mindst to af dem et sprog tilfælles.

Vis, at mindst tre mennesker taler samme sprog.

Hvad hvis der kun er otte mennesker?

Opgave 3

Fem pirater A, B, C, D og E skal dele en skat på 100 guldstykker. Først foreslår A en fordeling. Hvis der er (absolut) flertal for fordelingen, bliver den vedtaget, ellers må A gå planken ud og B stille et forslag osv.

Alle piraterne er uendeligt logiske, uendeligt grådige og uendeligt blodtørstige, hvilket er fælles viden. Dvs. den enkelte pirat vil stemme nej til et forslag, hvis det kan få dræbt en af de andre, også selv om det kommer til at koste ham livet, men ikke hvis det kommer til at koste ham så meget som et guldstykke.

Hvilken fordeling vil blive vedtaget?

Opgave 4

Et vilkårligt felt fjernes fra et bræt med $2^n \times 2^n$ felter, $n \in \mathbb{N}$.

Vis, at de $2^{2n} - 1$ tilbageblevne felter kan dækkes af brikker af formen (altså en L-brik)

Opgave 5

Tom og Jerry skiftes til at sætte et helt tat i et skema med 7×7 felter, og Tom starter.

Tom vinder, hvis flest rækker og søjler har en lige sum, og Jerry vinder, hvis flest har en ulige sum.

Er der en af dem, der har en vindende strategi?