

Georg Mohr-Konkurrencen
Vinderseminar 2006
Geometriopgaver

OP. 1

Lad der være givet to lige store cirkler og lad t_1 og t_2 være to fællestangenter for cirklerne. t_1 og t_2 skærer hinanden i et punkt P. Afstandene fra P til cirklernes røringpunkter med tangenterne er henholdsvis 3 og 12.
Bestem radius for cirklerne.

OP. 2

Lad der være givet 2 cirkler C_1 og C_2 , som skærer hinanden i et punkt X. Lad A være et punkt på C_1 og B et punkt på C_2 , så linjestykket AB går gennem X.

Bestem den største værdi af længden $|AB|$, når afstanden mellem cirklernes centre er 10.

OP. 3

Lad AB være en diameter for en cirkel K. Lad C og D være punkter på diameteren AB, så

$|AC| = |CD| = |DB| < |CB|$. Lad P være et punkt på cirklen K, så $|PC| = 6$ og $|PD| = 8$.

Bestem radius i cirkel K.

OP. 4

Vis, at hvis 2 højder i en trekant er lige lange, så er trekanten ligebenet.

OP. 5

Vis, at hvis 2 medianer i en trekant er lige lange, så er trekanten ligebenet.

OP. 6

Find forholdet mellem arealet af en given trekant og arealet af en trekant, hvis sider har samme længder, som den givne trekants medianer.

OP. 7

Lad ABCD være et kvadrat og P et punkt i kvadratets indre, så $\angle PAB = \angle PBA = 15^\circ$.

Vis, at trekant CPD er ligesidet.

OP. 8

I et kvadrat ABCD ligger punkterne E og F på siderne AB og BC, så $|BE| = |BF|$. Den vinkelrette fra B på EC har fodpunkt N.

Vis, at trekant DNF er retvinklet.

OP. 9

Lad der være givet to cirkler C_1 og C_2 , som ikke skærer hinanden.

Til ethvert punkt P udenfor C_1 og C_2 knyttes to tal t_1 og t_2 på følgende måde: Tegn gennem P en tangent til C_i ($i=1,2$) og lad t_i betegne afstanden fra P til tangentens røringpunkt med C_i .

Vis, at $\{P \mid t_1 = t_2\}$ er en ret linje (kaldes radikalaksen for C_1 og C_2)

OP. 10

Mellem to cirkler, der ikke skærer hinanden kan tegnes 4 fællestangenter.

Lad A være midtpunktet mellem den ene fællestangents røringpunkter med cirklerne. Lad B, C og D angiver de tilsvarende midtpunkter på 3 øvrige tangenter.

Vis, at punkterne A, B, C og D ligger på linje.

OP. 11

Lad 2 cirkler med radius 12 og 75 skære hinanden i punktet A. En fællestangent for de to cirkler rører de to cirkler i henholdsvis B og C.

Bestem radius i trekant ABC's omskrevne cirkel.

OP. 12

Givet 3 cirkler med radius på henholdsvis 10, 20 og 30. Hver cirkel ligger udenfor hver af de to andre cirkler, dog har hver par af cirkler netop ét fælles røringpunkt. De tre røringpunkter kaldes A, B og C.

Bestem arealet af trekant ABC.