

Georg Mohr-vinderseminar 2004

Flere opgaver, talteori

1. Hvilket er det største tal der går op i alle de tal der indeholder hver af cifrene fra 1 til 9 netop én gang?
2. Vis at ligningen $x^2 + y^2 - 15z^2 = 7$ ikke har heltallige løsninger.
3. Vis at hvis m og n er hele tal, så er mindst ét af tallene $2mn$, $m^2 - n^2$ og $m^2 + n^2$ deleligt med 5.
4. Hvilket er det største syvcifrede tal med lutter forskellige cifre som er deleligt med 72?
5. For hvilke positive hele tal n er $1 + 2 + \dots + n$ et tal med nøjagtig tre ens cifre?
6. Vis at der for ethvert helt tal n gælder $n^{13} = n \pmod{2730}$.
7. For hvilke hele tal $n \geq 2$ går nøjagtig tre primtal op i tallet $n(n+1)(n+2)(n+3)$?
8. Vis at tallet $1^n + 2^n + \dots + n^n$ er deleligt med n^2 hvis $n \geq 3$ er ulige.