

Georg Mohr konkurrencen  
Vinderseminar 2003  
Geometriopgaver

OP. 1

Lad der være givet to lige store cirkler og lad  $t_1$  og  $t_2$  være to fællestangenter for cirklerne.  $t_1$  og  $t_2$  skærer hinanden i et punkt P. Afstandene fra P til cirklernes røringpunkter med tangenterne er henholdsvis 3 og 12.  
Bestem radius for cirklerne.

OP. 2

Lad der være givet 2 cirkler  $C_1$  og  $C_2$ , som skærer hinanden i et punkt X. Lad A være et punkt på  $C_1$  og B et punkt på  $C_2$ , så linjestykket AB går gennem X.

Bestem den største værdi af længden  $|AB|$ , når afstanden mellem cirklernes centre er 10.

OP. 3

Lad AB være en diameter for en cirkel K. Lad C og D være punkter på diameteren AB, så  $|AC| = |CD| = |DB| < |CB|$ . Lad P være et punkt på cirklen K, så  $|PC| = 6$  og  $|PD| = 8$ .

Bestem radius i cirkel K.

OP. 4

Vis, at hvis 2 højder i en trekant er lige lange, så er trekanten ligebenet.

OP. 5

Vis, at hvis 2 medianer i en trekant er lige lange, så er trekanten ligebenet.

OP. 6

Find forholdet mellem arealet af en given trekant og arealet af en trekant, hvis sider har samme længder, som den givne trekants medianer.

OP. 7

Lad ABCD være et kvadrat og P et punkt i kvadratets indre, så  $\angle PAB = \angle PBA = 15^\circ$ .  
Vis, at trekant CPD er ligesidet.

OP. 8

I et kvadrat ABCD ligger punkterne E og F på siderne AB og BC, så  $|BE| = |BF|$ . Den vinkelrette fra B på EC har fodpunkt N.

Vis, at trekant DNF er retvinklet.

OP. 9

Lad der være givet to cirkler  $C_1$  og  $C_2$ , som ikke skærer hinanden.

Til ethvert punkt P udenfor  $C_1$  og  $C_2$  knyttes to tal  $t_1$  og  $t_2$  på følgende måde: Tegn gennem P en tangent til  $C_i$  ( $i=1,2$ ) og lad  $t_i$  betegne afstanden fra P til tangentens røringpunkt med  $C_i$ .

Vis, at  $\{P \mid t_1 = t_2\}$  er en ret linje (kaldes radikalaksen for  $C_1$  og  $C_2$ )

OP. 10

Mellem to cirkler, der ikke skærer hinanden kan tegnes 4 fællestangenter.

Lad A være midtpunktet mellem den ene fællestangents røringpunkter med cirklerne. Lad B, C og D angiver de tilsvarende midtpunkter på 3 øvrige tangenter.

Vis, at punkterne A, B, C og D ligger på linje.

OP. 11

Lad 2 cirkler med radius 12 og 75 skære hinanden i punktet A. En fællestangent for de to cirkler rører de to cirkler i henholdsvis B og C.

Bestem radius i trekant ABC's omskrevne cirkel.