

# The Viking Battle - Del 1 2013

**Oppgave 1** Flere positive heltall står på en rekke. Nils utfører følgende operasjon: Han velger to nabotall  $x$  og  $y$  der  $x > y$  og  $x$  står til venstre for  $y$ , og erstatter paret  $(x, y)$  med  $(y + 1, x)$  eller  $(x - 1, x)$ . Vis at Nils kan utføre denne operasjonen kun et endelig antall ganger.

**Oppgave 2** La  $ABCD$  være en syklisk firkant hvor diagonalene  $AC$  og  $BD$  skjærer hverandre i punktet  $E$ . Forlengelsen av sidene  $AD$  og  $BC$  forbi  $A$  og  $B$  skjærer hverandre i  $F$ . La  $G$  være punktet slik at firkant  $ECGD$  er et parallelogram, og la punktet  $H$  være speilingen av  $E$  om linjen  $AD$ . Vis at punktene  $D, H, F$  og  $G$  ligger på en sirkel.

**Oppgave 3** Finn alle tripler  $(x, y, z)$  av positive heltall slik at  $x \leq y \leq z$  og

$$x^3(y^3 + z^3) = 2012(xyz + 2).$$