

Punkts potens mht. en cirkel, radikalakser og radikalcentrum

1 Punkts potens mht. en cirkel

Givet en cirkel med centrum O og radius r og et punkt P .

P 's potens mht. cirklen er tallet $|OP|^2 - r^2$.

Ubevidst har vi opskrevet et punkts potens mht. en cirkel mange gange. Er cirklen nemlig givet ved ligningen $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ er $P(x, y)$'s potens mht. cirklen nemlig tallet $x^2 + y^2 + ax + by + c$.

2 Radikalakse og radikalcentrum

Givet 2 cirkler med forskellige centre. *Radikalaksen* for de to cirkler er det geometriske sted for de punkter som har samme potens mht. de to cirkler.

Indlæg et koordinatsystem så den ene cirkel med radius r_1 får centrum $O_1(0, 0)$ og den anden cirkel med radius r_2 får centrum $O_2(d, 0)$

$P(x, y)$ ligger på radikalaksen for de to cirkler

\Updownarrow

$$x^2 + y^2 - r_1^2 = (x - d)^2 + y^2 - r_2^2$$

\Updownarrow

$$x = \frac{r_1^2 - r_2^2}{2d} + \frac{d}{2}$$

Heraf ses specielt, at radikalaksen for to cirkler er en ret linje, der står vinkelret på centerlinjen for de to cirkler.

To cirkler der skærer hinanden i to punkter A og B har linjen AB som radikalakse (dette følger af at både A og B har potens 0 mht. de to cirkler).

Givet tre cirkler med forskellige centre. Det er klart, at radikalakserne for de tre par af cirkler går gennem samme punkt eller radikalakserne er parallelle (sker hvis centrene for cirklerne ligger på linje). Dette punkt kaldes *radikalcentrum* for de tre cirkler.

Dette kan udnyttes til at konstruere radikalaksen for to cirkler som ikke skærer hinanden. Tegn nemlig en tredje cirkel som skærer hver af de to givne cirkler i to punkter. Radikalcentrum for de tre cirkler bestemmes som skæring mellem de to radikalakser som umiddelbart kan tegnes. Radikalcentrum er et punkt på den radikalakse, der ønskes konstrueret. Gentages ovenstående med en ny tredje cirkel findes endnu et punkt på radikalaksen og så kan radikalaksen tegnes. Lad A, B, C og D være 4 punkter på en cirkel C_1 og lad Q være skæringspunktet mellem AB og CD . Lad C_2 være en cirkel gennem A og B og C_3 være en cirkel gennem C og D . Punktet Q er radikalcentrum for C_1, C_2 og C_3 .