

Talteoriopgaver

Vieta jumping

Disse opgaver kræver at du er fortrolig med metoden *Vieta jumping*, se fx *The Method of Vieta Jumping* af Yimin Ge.

Opgave 1

Vis at hvis der for positive hele tal a, b og c gælder at

$$0 < a^2 + b^2 - abc \leq c,$$

da er $a^2 + b^2 - abc$ et kvadrattal.

Opgave 2

Vis at der for hvert helt tal $n, n > 1$, findes uendelig mange par (a, b) af hele tal, $1 < a < b$, så

$$\frac{a^2 + b^2 - 1}{ab} = n.$$

Opgave 3

Bestem alle par (m, n) af positive hele tal således at

$$\frac{m^2}{2mn^2 - n^3 + 1}$$

er et helt positivt tal.