

## Diskret

Aflever mindst én men meget gerne flere opgavebesvarelser søndag d. 14. juni.

### Opgave 1

Albert og Benny spiller et spil hvor de starter med en snor af heltallig længde  $n$ . Albert starter med at klippe snoren i tre stykker hver med heltallig længde således at der er et stykke som er længere end de to andre. De to korteste stykker smides væk, og den længste snor gives videre til modparten, som nu skal klippe denne snor i tre stykker efter de samme regler. Sådan fortsætter spillet indtil det ikke er muligt at klippe snoren i tre stykker efter de givne regler. Den som først ikke kan klippe, har tabt. Bestem samtlige værdier af  $n$  for hvilke Albert har en vindende strategi.

### Opgave 2

Ethvert punkt på en cirkel  $C$  og ethvert punkt inden i cirklen  $C$  farves enten rødt, blå eller grønt, og farvningen kaldes god hvis vinkelspidserne i enhver ligesidet trekant hvis omskrevne cirkel har radius mindst en og tangerer  $C$  indvendigt, er farvet i tre forskellige farver. Er det muligt at farve en cirkel  $C$  og dens indre så farvningen er god, hvis cirklen har radius 2?

### Opgave 3

Et  $n \times n$ -kvadrat er mineret således at der er nul eller en mine på hvert  $1 \times 1$ -kvadrat, og på hvert  $1 \times 1$ -kvadrat står et tal der angiver antallet af miner på kvadratet samt dets nabokvadrater. Et nabokvadrat er et kvadrat der enten har et hjørne eller en side tilfælles med kvadratet.

- Er det altid muligt at bestemme hvilke kvadrater der er minerede for  $n = 2007$ ?
- Er det altid muligt at bestemme hvilke kvadrater der er minerede for  $n = 2009$ ?

### Opgave 4

- Bestem det mindste antal af kanter i en graf med  $n \geq 3$  knuder som opfylder at hvis to knuder  $x_1$  og  $x_2$  ikke er forbundet, da findes en knude  $x_3$  således at når  $x_1$  og  $x_2$  forbindes, da danner  $x_1$ ,  $x_2$  og  $x_3$  en komplet 3-graf.
- Bestem det mindste antal af kanter i en graf med  $n \geq 4$  knuder som opfylder at hvis to knuder  $x_1$  og  $x_2$  ikke er forbundet, da findes to knuder  $x_3$  og  $x_4$  således at når  $x_1$  og  $x_2$  forbindes, da danner  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  og  $x_4$  en komplet 4-graf.