

## Talteori.

Aflever mindst én men meget gerne flere opgavebesvarelser søndag d. 7. juni.

Der er MEGET stor forskel på sværhedsgraden!

### Opgave 1

Hvad er det største positive hele tal  $n$  for hvilket  $n^3 + 100$  er delelig med  $n + 10$ ?

### Opgave 2

Lad  $m$  og  $n$  være positive hele tal således at

$$\text{lcm}(m, n) + \text{gcd}(m, n) = m + n.$$

Vis at et af de to tal  $m$  og  $n$  er deleligt med det andet.

( $\text{lcm}(m, n)$  betyder det mindste fælles multiplum af  $m$  og  $n$ , mens  $\text{gcd}(m, n)$  står for den største fælles divisor.)

### Opgave 3

Lad  $n$  være et fast positivt helt tal. Betragt følgen

$$2, 2^2, 2^{2^2}, 2^{2^{2^2}}, \dots,$$

dvs. følgen  $a_1 = 2$  og  $a_{i+1} = 2^{a_i}$  for alle positive hele tal  $i > 1$ .

Vis at følgen modulo  $n$  er konstant fra et vist trin.

### Opgave 4

Bestem det største hele tal  $m$  for hvilket

$$1990^{1991^{1992}} + 1992^{1991^{1990}}$$

er delelig med  $1991^m$ .