

Den 30. nordiske matematikkonkurransen

Tysdag 5. april 2016

Norsk versjon (nynorsk)

*Oppgåvene skal løysast på 4 timar. Du får opptil 7 poeng på kvar oppgåve.
Skrive- og teiknereiskapar er einaste tillatne hjelpemiddel.*

Oppgåve 1

Bestem alle følgjer av ikkje-negative heiltal a_1, \dots, a_{2016} , alle mindre enn eller lik 2016, som tilfredsstillir $i + j \mid ia_i + ja_j$ for alle $i, j \in \{1, 2, \dots, 2016\}$.

Oppgåve 2

La $ABCD$ vere ein syklisk firkant med $AB = AD$ og $AB + BC = CD$.

Bestem vinkelen $\angle CDA$.

Oppgåve 3

Finn alle $a \in \mathbb{R}$ som er slik at det finst ein funksjon $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ med desse to eigenskapane:

- (i) $f(f(x)) = f(x) + x$, for alle $x \in \mathbb{R}$,
- (ii) $f(f(x) - x) = f(x) + ax$, for alle $x \in \mathbb{R}$.

Oppgåve 4

Kong Georg har bestemt seg for å binde saman dei 1680 øyene i kongedømet sitt med bruer. Dessverre kjem ei gruppe opprørarar til å øydelegge to av bruene etter at dei er ferdig bygd, men ikkje to bruer frå same øy.

Kor stort er det minste talet på bruer kongen må få bygd for å kunne vere sikker på at det etter opprøraranes øydeleggingar fortsatt vil vere mogeleg å kome seg frå kvar øy til kvar anna øy ved bruk av bruer?