

Den 28. nordiske matematikkonkurransen

Måndag 31. mars 2014

Norsk versjon (nynorsk)

*Oppgåvene skal løysast på 4 timar. Du får opptil 5 poeng på kvar oppgåve.
Skrive- og teiknesaker er einaste tillatne hjelpemiddel.*

Oppgåve 1

Finn alle funksjonar $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ (der \mathbb{N} står for mengda av naturlege tal, inkludert 0), slik at

$$f(x^2) - f(y^2) = f(x+y)f(x-y),$$

for alle $x, y \in \mathbb{N}$ med $x \geq y$.

Oppgåve 2

Gitt ein likesida trekant, finn alle punkt i det indre av trekanten slik at avstanden frå punktet til éi av sidene er lik det geometriske snittet av avstandane frå punktet til dei to andre sidene i trekanten.

[Det geometriske snittet av to tal x og y er \sqrt{xy} .]

Oppgåve 3

Finn alle ikkjenegative heiltal a , b og c , slik at

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{2014}.$$

Oppgåve 4

Eit spel vert spelt på eit $n \times n$ sjakkbrett. Til å begynne med finst det 99 brikker på kvart felt. To spelarar A og B trekkjer vekselsvis. Eit trekk går ut på å velje éi rad eller éin kolonne, og ta ei brikke frå kvart felt i den rada eller kolonnen. Ei rad eller kolonne kan berre veljast dersom kvart felt i den inneheld minst éi brikke. Første spelar som ikkje kan ta sitt trekk taper. Spelar A begynner. Finn alle verdier av n som er slik at A har ein vinnande strategi.