

## 28. Nordiske Matematikkonkurrence

Mandag d. 31. marts 2014

Dansk version

*Tid: 4 timer. Hver opgave kan give 5 point.  
Tilladte hjælpemidler: Skrive- og tegneredskaber.*

### Opgave 1

Bestem alle funktioner  $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  (hvor  $\mathbb{N}_0$  er mængden af alle ikke negative hele tal), så

$$f(x^2) - f(y^2) = f(x+y)f(x-y),$$

for alle  $x, y \in \mathbb{N}_0$  hvor  $x \geq y$ .

### Opgave 2

Lad en ligesidet trekant være givet. Bestem alle indre punkter i trekanten så afstanden fra punktet til en af trekantens sider er lig med det geometriske gennemsnit af afstanden fra punktet til trekantens to andre sider.

[Det geometriske gennemsnit af to tal  $x$  og  $y$  er  $\sqrt{xy}$ .]

### Opgave 3

Bestem alle ikke negative hele tal  $a, b, c$ , så

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{2014}.$$

### Opgave 4

Et spil spilles på et  $n \times n$  skakbræt. Til at begynde med er der 99 sten på hvert eneste felt. To spillere  $A$  og  $B$  skiftes til at trække, og i hvert træk vælger en spiller en række eller en søjle og fjerner en sten fra hvert felt i den valgte række eller søjle. De må kun vælge en række eller en søjle hvis der er mindst en sten på hvert felt. Den første spiller som ikke kan trække, har tabt. Spiller  $A$  starter. Bestem alle værdier af  $n$  for hvilke spiller  $A$  har en vindende strategi.