GEORG MOHR-KONKURRENCEN 2013

Første runde

Tirsdag den 13. november 2012

Varighed: 1,5 time
Tilladte hjælpemidler: ingen
Svarene angives på det medfølgende svarark

MULTIPLE CHOICE-OPGAVER

Til hver af opgaverne 1 - 10 er angivet fem svarmuligheder A, B, C, D og E.
En af disse muligheder er korrekt.

---

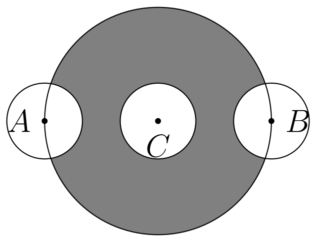
1. På Oles værelse står der fem kasser. Inden i hver af kasserne er der fem mindre kasser, der hver især indeholder fem endnu mindre kasser. Hvor mange kasser er der alt i alt?

   A) $5+5+5$ B) 3^5 C) $5\cdot 4\cdot 3$ D) $5+5^2+5^3$ E) $(5\cdot 3)\cdot(5\cdot 2)\cdot 5$

2. På en spilleterning er øjnene erstattet af bogstaverne M, R, S, S, U og U. Marie og Hans kaster hver terningen tre gange. Hvilket af følgende udfald er mest sandsynligt?

   A) SUR MUR B) SUR MUS C) MUR SUM
   D) URS RUS E) MUS SUS

3. Den store cirkel har radius 3 og centrum C. De små cirkler har radius 1 og centrum i A, B og C. Punkterne A og B ligger på den store cirkel. Hvor stort er arealet af det markerede område?



   A) under 4π B) 4π C) mellem 4π og 7π D) 7π E) over 7π

4. Det viste skema skal udfyldes så der i hver række og hver søjle står de fire tegn $\times$, $\circ$, Δ og $*$. Nogle af felterne er allerede udfyldt. På hvor mange forskellige måder kan resten af skemaet udfyldes?

$\circ$			
$*$		Δ	
		$\times$	

   A) 1 B) 2 C) 3 D) mere end 3 E) det kan ikke lade sig gøre

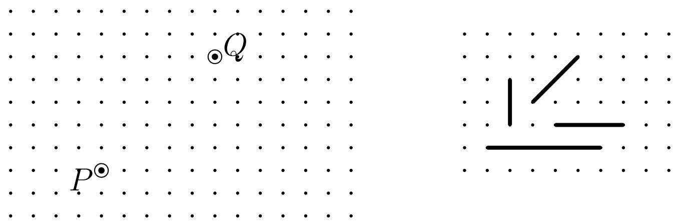
5. På et display står de fire cifre 1, 2, 5 og 7. En gang i sekundet rykker et tilfældigt af de tre forreste cifre om bag de andre, f.eks. således:

$$\ldots \;\rightarrow 1527 \rightarrow 1275 \rightarrow 2751 \rightarrow 2715 \rightarrow\; \ldots$$

Hvis displayet på et givet tidspunkt viser 1527, hvad er så sandsynligheden for at det to sekunder senere igen viser 1527?

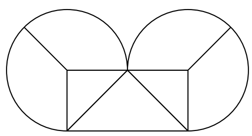
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{24}$

6. Hans får til opgave at tegne en rute der starter i P og ender i Q, ved at anbringe linjestykker med længde og retning som de viste i forlængelse af hinanden. Det er tilladt at bruge samme type linjestykke så mange gange man vil. Ruten må gerne gå uden for det viste område, og den må gerne krydse sig selv. Hvad er det mindste antal linjestykker man kan nøjes med at bruge?



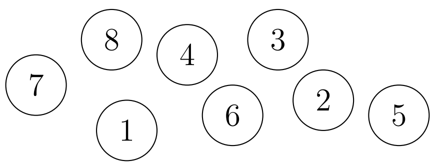
A) 5 B) 6 C) 11 D) over 11
E) det kan ikke lade sig gøre at tegne en sådan rute

7. Hvad er den samlede længde af alle cirkelbuer og linjestykker i figuren nedenfor? Cirklerne har radius 1.



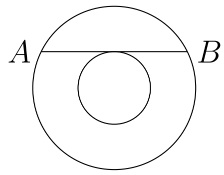
A) $8 + 2\sqrt{2} + 3\pi$ B) $10 + \frac{3}{2}\pi$ C) $6 + 4\sqrt{2} + \frac{3}{2}\pi$
D) $8 + 2\sqrt{2} + \frac{3}{2}\pi^2$ E) $10 + 3\pi$

8. Peter hopper fra sten til sten. Han starter på sten nr. 1, ender på sten nr. 8 og lander lige netop én gang på hver af de øvrige sten undervejs. De enkelte hop kan være så lange eller korte det skal være. På hvor mange forskellige måder kan han lægge en hopperute når han ønsker at det fjerde hop lander på sten nr. 7?



A) 5^6 B) 15 C) 120 D) 224 E) 7^5

9. En stor og en lille cirkel har samme centrum. Korden AB tangerer den lille cirkel og har længden 16. Hvad er arealet af ringen mellem de to cirkler?



A) 100 B) 32π C) 64π D) 256π
E) det kan ikke afgøres ud fra de foreliggende oplysninger

10. Om fire hele tal a, b, c og d foreligger én af nedenstående oplysninger A, B, C, D eller E. Ud fra denne oplysning kan man konkludere at 14 går op i tallet $a \cdot b$. Hvilken af oplysningerne er det?

A) $7a + 8b = 14c + 28d$ B) $14a + 28b = 7c + 8d$
C) $14a + 8b = 7c + 28d$ D) $7a + 28b = 14c + 8d$
E) $28a + 8b = 14c + 7d$

FACITOPGAVER

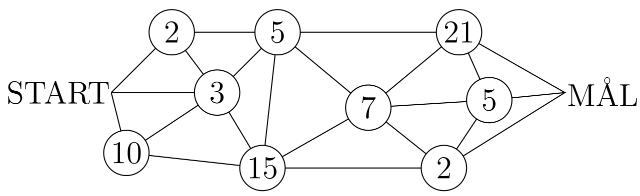
Til hver af opgaverne 11 - 20 er facit et positivt helt tal.

---

11. I gården står der tohjulede cykler, trehjulede cykler og firehjulede barnevogne. Der er dobbelt så mange barnevogne som der er trehjulede cykler, og der er tre gange så mange tohjulede cykler som der er barnevogne. I alt er der 184 hjul. Hvor mange trehjulede cykler er der?

12. Et rektangel er dobbelt så langt som det er bredt. Diagonalen har længden $\sqrt{45}$. Hvad er rektanglets areal?

13. I tallabyrinten skal du gå ind ved START, følge stierne og gå ud ved MÅL. Læg mærke til hvilke tal du passerer undervejs. Det gælder om at vælge en rute gennem labyrinten der gør at produktet af alle de tal du møder undervejs, er 210. Hvor mange forskellige ruter af den slags er der?

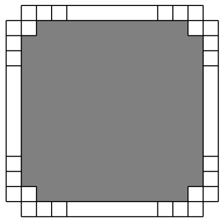


14. I udtrykket

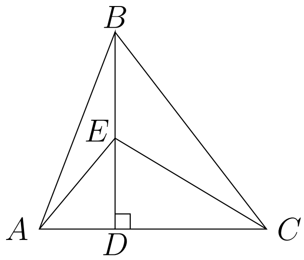
$$\frac{a^2 - b^2}{a - b}$$

indsættes tal a og b med $a > b$. Tallene a og b skal vælges blandt tallene 1, 2, ..., 10. Hvor mange forskellige resultater kan man opnå?

15. Figuren viser et blomsterbed med en flisebelagt sti udenom. Fliserne måler 1 meter × 1 meter, og der er i alt brugt 104 fliser. På skitsen er fliselægningen ved hjørnerne vist korrekt, mens fliselægningen på siderne, der alle er lige lange, kun er angivet ufuldstændigt. Hvor mange kvadratmeter er arealet af blomsterbedet?



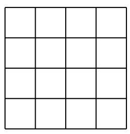
16. I den skitserede trekant ABC er BD en højde, og E er midtpunktet af BD. Det oplyses at $|AC| = 13$, at $|BE| = 6$ og at $|EC| = 10$. Hvad er arealet af trekant ABE?



17. Hvad er det mindste positive hele tal n med den egenskab at tallet $180 \cdot n$ er et kubiktal? (Et kubiktal er et tal der kan skrives på formen m^3 hvor m er et positivt helt tal).

18. I en stor sæk ligger der røde, gule, grønne, blå og sorte sokker blandet mellem hinanden, mindst 50 af hver farve. Peter tager sokker op af sækken uden at kigge. Hvad er det mindste antal sokker han skal tage op for at være sikker på at han kan danne mindst ti ensfarvede par?

19. Tallene fra 1 til 16 er skrevet med usynligt blæk i felterne i skemaet nedenfor. Summen af de fire tal i den lodrette kolonne længst til venstre er 19. Summen af tallene i øverste række er 58. Hvert af tallene i den tredje række er lige netop det dobbelte af det tal der står lige ovenover. Hvad er summen af tallene i nederste række?



20. Et positivt helt tal n opfylder at der findes præcis ét positivt helt tal k så

$$54n < 55k < 56n \quad .$$

Hvad er den størst mulige værdi af n?