

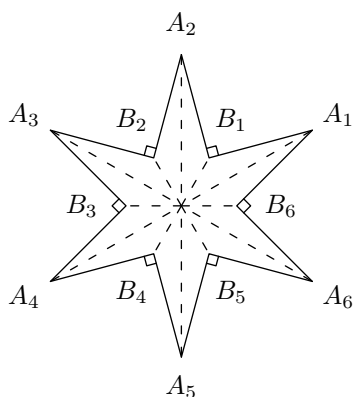
# Georg Mohr-Konkurrencen 2006

## Anden runde

Tirsdag den 10. januar 2006 kl. 9–13

Tilladte hjælpemidler: kun skrive- og tegneredskaber

**Opgave 1.** Den viste stjerne er symmetrisk om hver af de seks viste diagonaler. Alle forbindelseslinjer fra punkterne  $A_1, A_2, \dots, A_6$  til stjernens centrum har længden 1, og alle de viste vinkler ved  $B_1, B_2, \dots, B_6$  er rette.



Beregn stjernens areal.

**Opgave 2.** Bestem alle reelle talsæt  $(x, y, z)$  som opfylder

$$x + y = 2 \quad \text{og} \quad xy - z^2 = 1.$$

**Opgave 3.** Et naturligt tal  $n$ , som højst er 500, har den egenskab at når man vælger et tal  $m$  tilfældigt blandt tallene  $1, 2, 3, \dots, 499, 500$ , så er sandsynligheden  $\frac{1}{100}$  for at  $m$  går op i  $n$ .

Bestem den størst mulige værdi af  $n$ .

**Opgave 4.** Af tallene  $1, 2, 3, \dots, 2006$  skal udtages 10 forskellige.

Vis at man kan udtage 10 forskellige tal med sum større end 10039 på flere måder end man kan udtage 10 forskellige tal med sum mindre end 10030.

**Opgave 5.** Vi ser på en spidsvinklet trekant  $ABC$ . Højden fra  $A$  er  $AD$ , højden fra  $D$  i trekant  $ABD$  er  $DE$ , og højden fra  $D$  i trekant  $ACD$  er  $DF$ .

- Bevis at trekantene  $ABC$  og  $AFE$  er ensvinklede.
- Bevis at linjestykket  $EF$  og de tilsvarende linjestykker dannet med udgangspunkt i hjørnerne  $B$  og  $C$  alle er lige lange.

*Sponsorer: Georg Mohr Fonden, Carlsbergs Mindelegat for Brygger J.C.Jacobsen, Dansk Matematisk Forening, Matematiklærerforeningen, Undervisningsministeriet, Wolfram Research, UNI-C og Gyldendal.*