Retningslinjer for bedømmelsen
Georg Mohr-Konkurrencen 2015
2. runde

Besvarelser som falder uden for de løsninger som ligger til grund for pointskemaerne, bedømmes ved analogi så skridt med tilsvarende vægt i den samlede løsning får tilsvarende point.

Opgave 1

For at vise at a er mindst og e størst, må man vise i alt 7 uligheder: $a < b$, $a < c$, $a < d$, $a < e$, $b < e$, $c < e$ og $d < e$. Der gives følgende point.

- 1 point for at opnå 2 af ulighederne.
- 2 point for at opnå 4 af ulighederne.
- 3 point for at opnå 6 af ulighederne.
- 4 point for at opnå alle 7 uligheder og konkludere at a er det mindste og e det største tal.

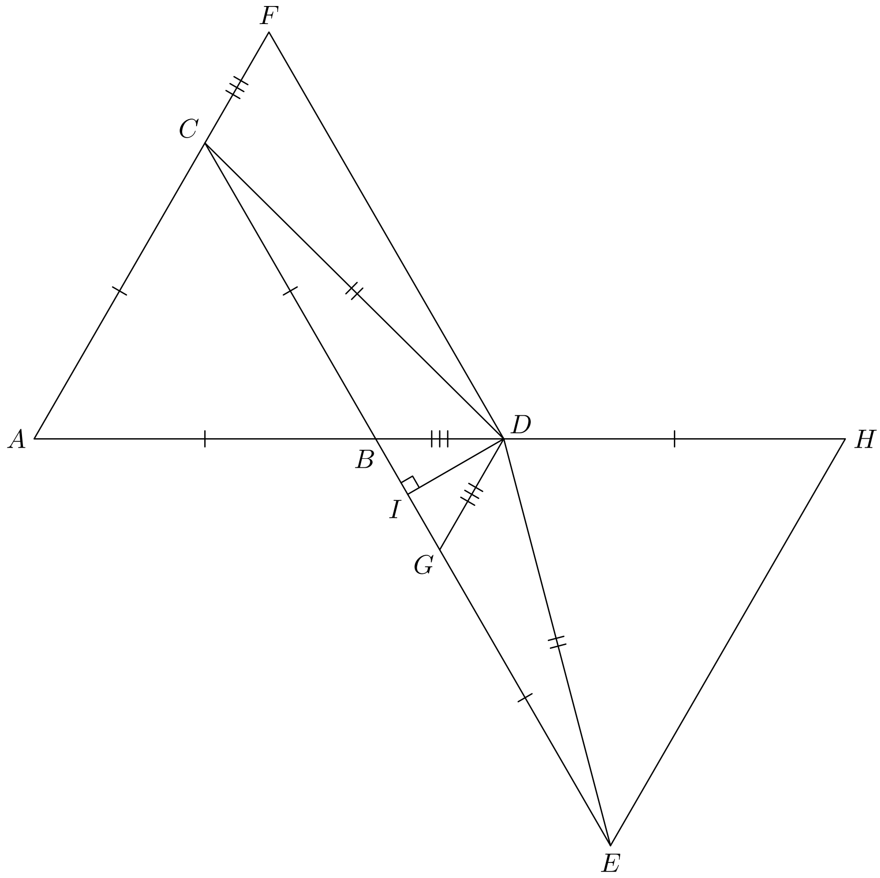
Opgave 2

- 2 point for at vise at opgavens betingelse er ensbetydende med at det mindste tal går op i 625. Der kan gives 1 point hvis dette resultat nås på et ufuldstændigt grundlag, eller der kan gives 1 point hvis deltageren skriver parrene op som $(x, 625 - x)$ eller lignende.
- 1 point for at vise at divisorerne i 625 er 1, 5, 25, 125 og 625.
- 1 point for at begrunde at alle disse divisorer undtagen 625 er mulige mindste tal og konkludere at fire par adlyder opgavens betingelse.

Bemærkning: Der trækkes ikke fra i bedømmelsen hvis deltageren ikke regner 1 for divisor i 624 eller 625.

Opgave 3

a) Klassisk geometri



- 1 point for at indføre ét af følgende:
  - Punktet F på AC's forlængelse ud over C så enten $|AF| = |AD|$, $|CF| = |BD|$ eller $DF \parallel BC$.
  - Punktet G på linjestykket BE så enten $|CG| = |AD|$, $|BG| = |BD|$ eller $DG \parallel CA$.
  - Punktet H på AD's forlængelse ud over D så enten $|AH| = |CE|$, $|BH| = |BE|$, $|DH| = |AB|$ eller $EH \parallel AC$.
  - Midtpunktet I af CE.
- Yderligere 1 point for at vise at $\triangle ADF$ er ligesidet, at $\triangle BDG$ er ligesidet, at $\triangle BEH$ er ligesidet, eller at vinklerne i $\triangle DBI$ er 30°, 60° og 90°.
- Yderligere 1 point for at vise én af kongruenserne $\triangle FDC \cong \triangle BED$, $\triangle BCD \cong \triangle GED$, $\triangle GCD \cong \triangle BED$ eller $\triangle DHE \cong \triangle CAD$ eller vise $|BI| = |BD|/2$.
- Yderligere 1 point for at udlede $|AD| = |BE|$ af det foregående.

b) Trigonometri

- 2 point for at vise $\angle ACD + \angle BDE = 180°$.
- Herudover enten:
  - 2 point for med sinusrelationen anvendt på $\triangle ACD$ og $\triangle BDE$ at vise $|AD| = |BE|$.
- Eller:
  - 1 point for at udtrykke både $|CD|$ og $\cos \angle ACD$ ved $|AB|$ og enten $|AD|$ eller $|BD|$.
  - Yderligere 1 point for med cosinusrelationen anvendt på $\triangle BDE$ at vise $|AD| = |BE|$.

c) Analytisk geometri

- 1 point for at indføre et koordinatsystem og fastlægge koordinaterne for A, B, C og D. For eksempel: vælge akserne så $A = (-a, 0)$, $B = (0, 0)$, $D = (b, 0)$, og $y_C > 0$, og bestemme C's koordinater.
- Yderligere 1 point for at opstille en ligning eller parameterfremstilling for linjen BC.
- Yderligere 1 point for at udtrykke $|CD| = |DE|$ som en ligning i en variabel som bestemmer punktet E.
- Yderligere 1 point for at løse ligningen og af løsningen udlede $|AD| = |BE|$.

Opgave 4

- 1 point for at reducere antallet af ubekendte til to.
- Yderligere 1 point for at reducere antallet af ubekendte til én.
- Yderligere 1 point for at vise at enhver løsning opfylder $x = y = z = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- 1 point for at vise at $x = y = z = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ er løsninger.

Bemærkning: Der fratrækkes 1 point fra en i øvrigt rigtig besvarelse hvis løsningen $x = y = z = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ overses.

Bemærkning: Hvis deltageren deler sin diskussion op i fortegnstilfælde, tilfælde efter nulreglen eller lignende, kan der gives point efter ovenstående skema for den diskussionen af ét af tilfældene hvor der kan gives flest point efter skemaet, med skønsmæssigt fradrag af 1-2 point for utilstrækkelig behandling af det eller de øvrige tilfælde.

Opgave 5

- 0 point for at vise at $n = 1$ og $n = 3$ er mulige.
- 1 point for at vise at $n = 1$, $n = 3$ og $n = 6$ er mulige. Dette point opnås også selv om muligheden $n = 1$ overses.
- 1 point for at vise at n må være ét af trekanttallene $1, 3, 6, 10, \ldots$ eller for at udelukke alle ikke-trekanttal mindre end 10.
- 1 point for at udelukke $n = 10$.
- 1 point for at udelukke $n = 15, 21, \ldots$ eller hvis der er givet point for at udelukke alle ikke-trekanttal mindre end 10, udelukke $n > 10$.