Georg Mohr-Konkurrencen 2014
Anden runde

Tirsdag den 7. januar 2014 kl. 9–13

Tilladte hjælpemidler: kun skrive- og tegneredskaber.
Husk at argumentation er væsentlig ved bedømmelsen.

Opgave 1. Georg vælger tre forskellige af cifrene $1, 2, \ldots, 9$ og skriver dem på hver sit kort. Når kortene lægges ved siden af hinanden, dannes der et trecifret tal. Georg fortæller sin mor at summen af det største og det næststørste tal der kan dannes på denne måde, er 1732.

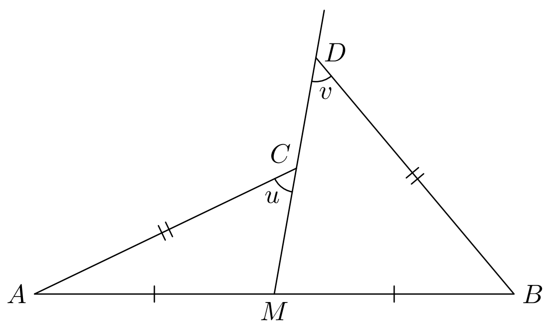
Kan hun regne ud hvilke tre cifre Georg har valgt?

Opgave 2. Tre gamblere spiller mod hinanden om penge. De lægger hver en bunke 1-kroner på bordet til at starte med, og herefter ændrer det samlede antal 1-kroner på bordet sig ikke. Forholdet mellem det antal kroner de hver især har lagt, er $6 : 5 : 4$. Når spillet er slut, er forholdet mellem det antal kroner de hver især har, $7 : 6 : 5$ i en eller anden rækkefølge. En af gamblerne har til slut tre kroner mere end ved starten af spillet.

Hvor mange 1-kroner har denne gambler til slut?

Opgave 3. På en halvlinje fra midtpunktet M af et linjestykke AB ligger punkterne C og D så $|AC| = |BD|$.

Bevis at vinklerne $u = \angle ACM$ og $v = \angle BDM$ er lige store.



Opgave 4. Bestem alle positive hele tal n så både $20n$ og $5n + 275$ er kvadrattal.

(Et *kvadrattal* er et tal som kan skrives som k^2, hvor k er et helt tal).

Opgave 5. Lad $x_0, x_1, \ldots, x_{2014}$ være en følge af reelle tal som for alle $i < j$ opfylder $x_i + x_j \leq 2j$.

Bestem den størst mulige værdi af summen $x_0 + x_1 + \cdots + x_{2014}$.

Sponsorer: Undervisningsministeriet, Carlsbergs Mindelegat for Brygger J.C. Jacobsen, Georg Mohr Fonden, Matematiklærerforeningen, Dansk Matematisk Forening og Gyldendal.