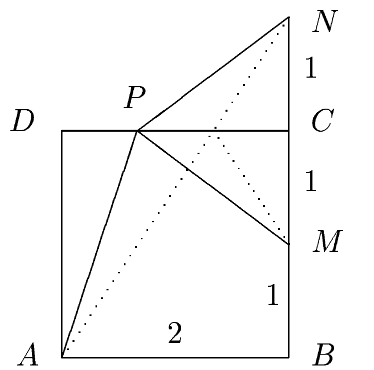
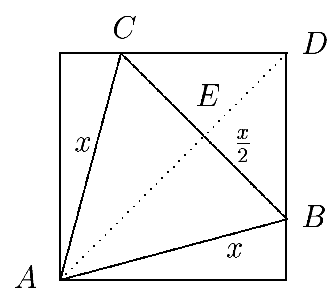
Opgave 1. Kast nr. 2 skal være et R. Første kast skal være R, M eller H (ellers er det ikke muligt at nå i mål i næste slag.) Den ønskede sandsynlighed er da $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$.

Opgave 2. Tallet 5!=120 er det mindste tal af formen $n!$, der ender på et nul. Antallet af slutnuller i tallet $n!$ forøges, netop når vi passerer et tal fra 5-tabellen (fordi hvert 5-tal i kombination med et 2-tal giver en faktor 10). Tallet 49! ender på 10 nuller (nemlig et for hvert af 5-tallerne stammende fra tallene 5, 10, 15, 20, to fra tallet $25 = 5 \cdot 5$ og et fra hvert af tallene 30, 35, 40 og 45), mens 50! ender på 12 nuller (idet $50 = 5 \cdot 5 \cdot 2$ bidrager med to 5-taller). Svaret er derfor nej.

Opgave 3. Se figur 1. Spejl punktet M i liniestykket DC, og kald spejlbilledet N. Så er $|AP|+|PM|$ lig med den samlede længde $|AP|+|PN|$ af den brudte linie fra A til N via P, og denne er mindst, når P vælges på forbindelseslinien mellem A og N. Med denne placering af P bliver (Pythagoras) $|AP| + |PM| = |AN| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.



Figur 1.



Figur 2.

Opgave 4. Med f.eks. seks 4-taller og tre 8-taller fås $444444 - 888 = 4 \cdot 111111 - 4 \cdot 111 - 4 \cdot 111 = 4 \cdot (111000 - 111) = 4 \cdot 111 \cdot (1000 - 1) = 4 \cdot 111 \cdot 999 = 4 \cdot 111 \cdot 9 \cdot 111 = (2 \cdot 111 \cdot 3)^2$, altså et kvadrattal. En tilsvarende udregning kan for ethvert naturligt tal n gennemføres for tal med $2n$ 4-taller og n 8-taller, idet der i parentesen vil fremkomme differensen mellem et tal 11..100..0 bestående af n 1-taller efterfulgt af n nuller og et tal 11..1 bestående af n 1-taller. Når det n-cifrede tal 11..1 sættes uden for parentes, resterer inde i parentesen det n-cifrede tal $99..9 = 9 \cdot 11..1$. Til slut fås $(2 \cdot 11..1 \cdot 3)^2$.

Opgave 5. Se figur 2. Svaret er ja. Vi kan antage, at kvadratets sidelængde er 1. En ligesidet trekant ABC med sidelængde x placeres som vist. Så er $|BE| = |DE|$ (da trekant BED åbenbart er ligebenet) og dermed $|AE| = |AD| - \frac{x}{2} = \sqrt{2} - \frac{x}{2}$. Pythagoras på trekant ABE giver: $(\sqrt{2} - \frac{x}{2})^2 + (\frac{x}{2})^2 = x^2$, dvs. $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{2}x - 2 = 0$, hvoraf $x = \sqrt{6} - \sqrt{2}$. Arealet af trekant ABC bliver da $\frac{1}{2} \cdot |AE| \cdot x = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}) \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2}) = \sqrt{12} - 3$. Og dette areal *er* faktisk større end $\frac{9}{20}$ (at $\sqrt{12} > 3 + \frac{9}{20} = \frac{69}{20}$, følger af, at $12 \cdot 20^2 = 4800$ er større end $69^2 = (70-1)^2 = 4900 + 1 - 140$.)